

**АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ
«ЛАБОРАТОРИЯ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ»**

Рассмотрена
на заседании направления

протокол № _____
от «27» августа 2026 г.

подпись и расшифровка подписи руководителя

Согласована
Заместитель директора по УВР
АНОО ЛНО

_____/_____
подпись И.О. Фамилия

«27» августа 2026г.

Принята
Решением
педагогического совета
АНОО ЛНО

Протокол № 1 от
28.08.2026 г.

Утверждена
Приказом №9 от
28.08.2026 г.

Директор АНОО ЛНО

_____/М.В.Чистякова
подпись И.О. Фамилия

**Рабочая программа
учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»
для обучающихся 10-11 классов
математического направления**

Санкт-Петербург
2026-2027 учебный год

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП

Сертификат: 023b5fdb0017b35faa45fb696f3d589356
Владелец: АНОО ЛНО
Действителен с: 11.07.2025 по: 11.10.2026

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в программе среднего общего образования, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление обучающихся на уровне, необходимом для формирования личности исследователя, способного работать в рамках перспективных направлений исследований и разработок, обладающего необходимыми фундаментальными знаниями в области математики для решения задач современной экономики. Программа развивает способности для реализации исследований в области математики и инженерии. В рамках данного учебного курса обучающиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций развития экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их для дальнейшего образования и в повседневной жизни. В то же время овладение абстрактными и логически строгими конструкциями алгебры и математического анализа развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность, доказывать утверждения с помощью индукции и рассуждать дедуктивно, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление.

В ходе изучения учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» обучающиеся получают новый опыт освоения математики как фундаментальной науки, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций, интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Учебный курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей продолжительной концентрации внимания, самостоятельности, аккуратности и ответственности за полученный результат.

Учебный курс значительно расширен за счет часов по выбору образовательной организации (4 часа в неделю в 10 классе и 5 часов в неделю в 11 классе). Курс разделен на две части: в рамках основной части учебный курс осваивается на уровне, достаточном для достижения основных предметных, личностных, метапредметных и иных результатов освоения курса. Дополнительная часть настоящего курса позволяет освоить математические понятия, изучаемые в рамках основной части, на высоком, профильно-элитарном уровне, достаточном для приобретения навыков математических исследований, поступления на профильные математические специальности, сознательного выбора профессии ученого-математика. Теоретический аппарат фундаментальной математики изучается с убедительной научной мотивировкой, термины вводятся на том уровне строгости, который бы обеспечил понимание основных существенных моментов теории и ее приложений. Такой подход существенно повышает не только функциональную (математическую) грамотность обучающихся, но в целом позволяет сделать сознательный выбор профессии в науке и наукоемких областях экономики и в дальнейшем быть успешным в ней.

Часы по выбору образовательной организации реализуются параллельно с освоением основной части курса, что позволяет осваивать основные его понятия не просто на углубленном, но на профильно-элитарном уровне.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения. Во второй части курса для освоения сложных теоретических понятий используется формат научного семинара, позволяющий проводить обучение в диалоге.

В структуре учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» в рамках его основной части выделены следующие содержательно-методические линии : «Числа и вычисления», «Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа», «Множества и логика». Все основные содержательно-методические

линии изучаются на протяжении двух лет обучения на уровне среднего общего образования, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Данный учебный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин, таких как алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств, математическая логика и другие. По мере того как обучающиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении учебного курса, для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато на уровне основного общего образования. На уровне среднего общего образования особое внимание уделяется формированию навыков рациональных вычислений, включающих в себя использование различных форм записи числа, умение делать прикидку, выполнять приближённые вычисления, оценивать числовые выражения, работать с математическими константами. Знакомые обучающимся множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются множеством комплексных чисел. В каждом из этих множеств рассматриваются свойственные ему специфические задачи и операции: деление нацело, оперирование остатками на множестве целых чисел, особые свойства рациональных и иррациональных чисел, арифметические операции, а также извлечение корня натуральной степени на множестве комплексных чисел. Благодаря последовательному расширению круга используемых чисел и знакомству с возможностями их применения для решения различных задач формируется представление о единстве математики как науки и её роли в построении моделей реального мира, широко используются обобщение и конкретизация.

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения на уровне среднего общего образования, поскольку в каждом разделе Программы предусмотрено решение соответствующих задач. В результате обучающиеся овладевают различными методами решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и систем, а также задач, содержащих параметры. Полученные умения широко используются при исследовании функций с помощью производной, при решении прикладных задач и задач на

нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчёты по формулам, преобразования рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений, содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления обучающихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями учебного курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, так как у них появляется возможность строить графики сложных функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, позволяет находить наилучшее решение в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления

законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и об их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» включает в себя элементы теории множеств и математической логики. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины и их приложения в единое целое. Поэтому важно дать возможность обучающемуся понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей. Другим важным признаком математики как науки следует признать свойственную ей строгость обоснований и следование определённым правилам построения доказательств. Знакомство с элементами математической логики способствует развитию логического мышления обучающихся, позволяет им строить свои рассуждения на основе логических правил, формирует навыки критического мышления.

В учебном курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют основы математического моделирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа, интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал учебного курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач обучающиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем учебного курса «Алгебра и начала математического анализа».

Дополнительная часть курса реализуется на основе освоения основной части курса. Она дополняет и углубляет основные ее темы и служит освоению обучающимися языка математики как научной дисциплины. -

На изучение учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» отводится 580 часов: 272 часа в 10 классе (8 часов в неделю) и 308 часов в 11 классе (9 часов в неделю).

ФОРМЫ УЧЕТА ПРОГРАММЫ ВОСПИТАНИЯ

Воспитательный потенциал предмета «Алгебра» реализуется через:

- привлечение внимания обучающихся к ценностному аспекту изучаемых на уроках явлений, организацию их работы с получаемой на уроке социально значимой информацией – инициирование ее обсуждения, высказывания обучающимися своего мнения по ее поводу, выработки своего к ней отношения;
- демонстрацию обучающимся примеров ответственного, гражданского поведения, проявления человеколюбия и добросердечности, через подбор соответствующих текстов для чтения, задач для решения, проблемных ситуаций для обсуждения в классе;
- применение на уроках интерактивных форм работы с обучающимися: интеллектуальных игр, стимулирующих познавательную мотивацию обучающихся; дискуссий, которые дают обучающимся возможность приобрести опыт ведения конструктивного диалога; групповой работы или работы в парах, которые учат обучающихся командной работе и взаимодействию с другими обучающимися;
- инициирование и поддержку исследовательской деятельности обучающихся в рамках реализации ими индивидуальных и групповых исследовательских проектов, что даст обучающимся возможность приобрести навык самостоятельного решения теоретической проблемы, навык генерирования и оформления собственных идей, навык уважительного отношения к чужим идеям, оформленным в работах других исследователей, навык публичного выступления перед аудиторией, аргументирования и отстаивания своей точки зрения.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

10 КЛАСС

Множества и логика

Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера–Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносильные уравнения.

Числа и вычисления

Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни.

Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Модуль действительного числа и его свойства. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений.

Степень с целым показателем. Бином Ньютона. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных.

Арифметический корень натуральной степени и его свойства.

Степень с рациональным показателем и её свойства, степень с действительным показателем.

Логарифм числа. Свойства логарифма. Десятичные и натуральные логарифмы.

Синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства

Тождества и тождественные преобразования. Уравнение, корень уравнения. Равносильные уравнения и уравнения-следствия. Неравенство, решение неравенства.

Основные методы решения целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств. Многочлены от одной переменной. Деление многочлена на многочлен с остатком. Теорема Безу. Многочлены с целыми коэффициентами. Теорема Виета.

Преобразования числовых выражений, содержащих степени и корни.

Иррациональные уравнения. Основные методы решения иррациональных уравнений.

Показательные уравнения. Основные методы решения показательных уравнений.

Преобразование выражений, содержащих логарифмы.

Логарифмические уравнения. Основные методы решения логарифмических уравнений.

Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений.

Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы 2×2 , его геометрический смысл и свойства, вычисление его значения, применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений. Исследование построенной модели с помощью матриц и определителей.

Построение математических моделей реальной ситуации с помощью уравнений и неравенств. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Функции и графики

Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций.

Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение их графиков.

Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Использование графиков функций для решения уравнений.

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.

Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

Начала математического анализа

Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число e . Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.

Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.

Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций.

Темы, расширяющие основной курс в 10 классе:

Общее топологическое определение предела функции в точке

1. Топологическое определение предела функции в точке и его различные варианты.
2. Понятие базы. Предел по базе. Существование и единственность предела.
3. Формально-логическое определение предела и его различные варианты
4. Бесконечно большие и бесконечно малые функции и их свойства. Теорема о представлении. Арифметические действия с конечными пределами.
5. Предельный переход в неравенстве. Теорема "о двух милиционерах". Первый, второй, третий и четвертый замечательные пределы.
6. О-символика. Шкала бесконечно малых.

Непрерывные функции на разных языках. Непрерывные функции на языке компактности

1. Сходимость функции вдоль последовательности. Определение предела функции по Гейне.
2. Теорема о промежуточном значении (геометрическая формулировка).
3. Непрерывность по Коши, по Гейне и на языке геометрии близости и их эквивалентность.
4. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность класса элементарных функций.
5. Правый и левый предел и их свойства. Определение непрерывности на языке односторонних пределов.
6. Приращение и непрерывность. Точки разрыва и их классификация.
7. Исследование функций на непрерывность и исследование точек разрыва.
8. Образ и прообраз множества при непрерывном отображении.

9. Теоремы Вейерштрасса и Коши. Теорема о промежуточном значении и ее различные приложения.
- 10.Связь монотонности и инъективности для непрерывных функций. Непрерывность обратной функции.
- 11.Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Модуль непрерывности.
- 12.Равномерная непрерывность на языке геометрии близости.
- 13.Доказательство непрерывности функций.
- 14.Принцип континуальной индукции. Промежутки как связные множества прямой.
- 15.Связность непрерывной функции. Второе доказательство теоремы о промежуточном значении. Теорема о неподвижной точке.
- 16.Отображения окружности в прямую. Задачи о блинах. Нули многочленов.
- 17.Непрерывные функции на отрезках. Второе доказательство теоремы Вейерштрасса.
- 18.Исследование функционального уравнения $f(x+y)=f(x)+f(y)$. Показательная функция и ее свойства.
- 19.Степень с произвольным вещественным показателем. Логарифмическая функция и ее свойства.
- 20.Функциональное уравнение логарифмической функции. Натуральные логарифмы.
- 21.Гиперболические функции и их обращение. Степенная функция и ее свойства.
- 22.Зачетное занятие

Первоначальные сведения о бесконечных рядах и произведениях

1. Числовые ряды. Определения и примеры. Критерий Коши для рядов. Необходимое условие сходимости. О расходимости гармонического ряда. Свойства сходящихся рядов. Апории Зенона.
2. Ряды с неотрицательными членами. Теорема Дирихле. Умножение рядов с положительными членами. Теорема Абеля — Прингсхейма.
3. Признак сгущения Коши. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. О числе ϵ . Признаки Коши и д'Аламбера. Другие признаки сходимости.
4. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная сходимость. Обобщенные признаки сравнения, Коши и д'Аламбера.
5. Условно сходящиеся ряды. Признаки сходимости для условно сходящихся рядов. Умножение рядов.
6. Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости и критерий Коши. Бесконечные произведения и логарифмические ряды.

7. Абсолютно и условно сходящиеся произведения. Дзета-функция Римана. Бесконечные радикалы и степени.
8. Зачетное занятие.

Построение дифференциального исчисления по Фрише

1. Две основные задачи, приводящие к дифференциальному исчислению. Идеи Г. Лейбница. Задача линеаризации. Основное равенство дифференциального исчисления. Касательная аффинная функция. Теорема о единственности касательной аффинной функции.
2. Определение производной. Дифференциал. Дифференцируемость функции в точке и на множестве.
3. Приращение функции в точке. Относительное приращение. Прямое определение производной. Ее геометрическое и механическое истолкование.
4. Теория функций множества. Идеи И.Ньютона. Функции промежутка в физике и математике. Аддитивные функции промежутка. Доопределение функции промежутка. Порождающая функция, ее существование, единственность и способ построения.
5. Физические величины типа плотности. Плотность аддитивной функции промежутка. Задача нахождения плотности аддитивной функции промежутка. Плотность и производная. О современной теории потенциала.
6. Непрерывность дифференцируемой функции. Техника дифференциального исчисления. Производная композиции и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные обратных тригонометрических функций.
7. Класс дифференцируемых функций. Алгоритм дифференцирования в классе элементарных функций. Дифференцирование в классе рациональных функций.
8. Поиск производных различных функций. Поиск производной функций типа x^x .
9. Производные высших порядков. Механическое истолкование второй производной.
10. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора. Формула Тейлора для основных элементарных функций. Техника вычисления пределов.
11. Односторонние производные. Теорема Дарбу. Правило Лопиталья. Техника вычисления пределов.
12. Монотонность дифференцируемой функции. Стационарные точки. Экстремумы. Необходимое условие существования экстремума у дифференцируемой функции. Метод "неопытного альпиниста". Достаточные

условия экстремума. Необходимое и достаточное условие существования экстремума в изолированной стационарной точке. Стационарные точки многочленов.

13. Доказательство неравенств при помощи производной. Принцип "двух пешеходов". Неравенство Юнга. Неравенство Гельдера и Минковского.

14. Условия выпуклости функции. Точки перегиба.

15. Наименьшее и наибольшее значение функции на отрезке. Наименьшее и наибольшее значение функции на незамкнутых промежутках.

16. Классические задачи на нахождения наибольших и наименьших значений функций. Задачи Герона, Штейнера, Ферма, Тартальи, Кеплера, Аполлония и др., задача о брахистохроне.

17. Исследование функции и построение графика.

18. Использование дифференциального исчисления в задачах естествознания.

19. Кольцо формальных степенных рядов. Сходимость. Радиус сходимости. Степенные ряды для основных элементарных функций.

20. Зачетное

занятие.

Степенные ряды.

21.

1. Сходимость в $\mathbb{C}$ и ряды с комплексными членами. Формула Эйлера и взаимосвязь элементарных функций.

Комплексные числа и взаимосвязь элементарных функций.

1. Аналитичность функции и сходимость ее ряда Тейлора. Алгебраическая замкнутость поля $\mathbb{C}$.

Зачет. Представление решений исследовательских задач.

11 КЛАСС

Числа и вычисления

Натуральные и целые числа. Применение признаков делимости целых чисел, наибольший общий делитель (далее – НОД) и наименьшее общее кратное (далее – НОК), остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах.

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра. Корни n -ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач.

Уравнения и неравенства

Система и совокупность уравнений и неравенств. Равносильные системы и системы-следствия. Равносильные неравенства.

Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности. Решение тригонометрических неравенств.

Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств.

Основные методы решения иррациональных неравенств.

Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

Уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов.

Функции и графики

График композиции функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.

Тригонометрические функции, их свойства и графики.

Графические методы решения уравнений и неравенств. Графические методы решения задач с параметрами.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

Начала математического анализа

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.

Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.

Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.

Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел.

Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.

Темы, расширяющие основной курс в 11 классе:

Неопределенный интеграл.

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Определение. Свойства.

2. Общие приемы отыскания первообразной. Таблица неопределенных интегралов.
3. Техника неопределенного интегрирования. Линейность неопределенного интеграла. Замена переменной.
4. Интегрирование по частям. Таблица дифференциалов. Об инвариантности записи дифференциала.
5. Первообразные рациональных функций. Метод Остроградского. Первообразные вида $\int R(\cos x, \sin x)dx$ и $\int R(x, y(x))dx$.
6. Подстановки Эйлера. Частные приемы интегрирования. Эллиптические интегралы.
7. Контрольная работа.

Интеграл Римана.

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Определение. Свойства.
2. Общие приемы отыскания первообразной. Таблица неопределенных интегралов.
3. Техника неопределенного интегрирования. Линейность неопределенного интеграла. Замена переменной.
4. Интегрирование по частям. Таблица дифференциалов. Об инвариантности записи дифференциала.
5. Первообразные рациональных функций. Метод Остроградского. Первообразные вида $\int R(\cos x, \sin x)dx$ и $\int R(x, y(x))dx$.
6. Подстановки Эйлера. Частные приемы интегрирования. Эллиптические интегралы.
7. Контрольная работа.

Некоторые физические задачи и применение к ним интегрального исчисления.

1. Интеграл и площадь. Квадрируемые фигуры. Необходимое условие квадрируемости. Критерий квадрируемости.
2. Фигуры площади 0. Необходимое и достаточное условие квадрируемости фигуры. Вычисление площадей простейших квадрируемых фигур.
3. Метод Архимеда для вычислений площадей параболических сегментов, формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона для приближенного вычисления площадей криволинейных трапеций.
4. Тожество Валлиса. Формула Стирлинга. Тожество Эрмита и иррациональность числа π .

5. Эскиз построения теории объемов. Объем тела вращения. Вычисление объемов некоторых кубируемых тел и тел вращения. Вывод формул для вычисления объемов простейших геометрических тел.
6. Физические приложения интеграла.
7. Зачетное занятие .

Несобственные интегралы.

1. Определение, примеры и основные свойства несобственных интегралов. Сходимость интеграла. Критерий Коши.
2. Абсолютная сходимость несобственного интеграла. Условия сходимости. Признак Абеля - Дирихле.
3. Несобственные интегралы и ряды. Интегральный признак сходимости числового ряда.
4. Несобственные интегралы с несколькими особенностями. Интеграл Эйлера - Пуассона.
5. Зачетное занятие.

Основные структуры математического анализа.

1. Линейные пространства. Метрические пространства. Линейные нормированные пространства. Аппроксимация в пространстве непрерывных функций, определенных на компакте.
2. Скалярное произведение в векторном пространстве. Предгильбертовы пространства.
3. Геометрия предгильбертовых пространств. Предгильбертовы пространства над полем комплексных чисел.
4. Линейные и полилинейные операторы. Норма оператора. Пространство непрерывных операторов.
5. Нормированные алгебры. Спектральные свойства линейных операторов.
6. Отображение, дифференцируемое в точке. Законы дифференцирования. Примеры.
7. Дифференциал отображения. Частные производные отображения.
8. Теорема о конечном приращении. Ее применение.
9. Определение n -го дифференциала. Производная по вектору и вычисление n -го дифференциала. Симметричность дифференциалов высшего порядка.
10. Формула Тейлора для отображений. Внутренние экстремумы. Примеры.

11. Теорема о неявной функции.

12. Зачетное

занятие.

Кратные интегралы.

1. Интеграл Римана на n -мерном промежутке. Критерий Лебега интегрируемости по Риману. Критерий Дарбу.
2. Допустимые множества. Интеграл по множеству. Мера допустимого множества.
3. Интеграл как линейный функционал. Аддитивность интеграла. Оценки интеграла.
4. Теорема Фубини. Следствия.
5. Замена переменных в кратном интеграле (эвристический вывод формулы). Измеримые множества и гладкие отображения.
6. Одномерный случай. Случай простейшего диффеоморфизма в $\mathbb{R}^n$. Композиция отображений и формула замены переменных.
7. Аддитивность интеграла. Доказательство формулы замены переменных в кратном интеграле.
8. Несобственные кратные интегралы. Мажорантный признак сходимости. Замена переменных.
9. Зачетное занятие.

Аналитические функции комплексного переменного.

1. Линейные операторы в одномерном векторном пространстве. $\mathbb{R}$ -линейность и $\mathbb{C}$ -линейность. Отображения плоскости в плоскость как комплексные функции.
2. $\mathbb{R}$ -дифференцируемость и $\mathbb{C}$ -дифференцируемость. Условия Коши - Римана. Комплексная производная.
3. Аналитические функции. Примеры. Теорема Коши.
4. Интегральная формула Коши. Разложение аналитической функции в ряд. Неравенство Коши и теорема Лиувилля.
5. Основная теорема алгебры.
6. Теоремы единственности.
7. Зачетное занятие.

Функциональные ряды и семейства функций.

1. Поточечная и равномерная сходимость семейства функций. Критерий Коши.
2. Равномерная сходимость рядов функций. Критерий равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса. Признак Абеля - Дирихле.
3. Функциональные свойства предельной функции. Условия коммутирования двух предельных переходов.
4. Непрерывность и предельный переход. Интегрирование и предельный переход. Дифференцирование и предельный переход.
5. Зачетное занятие.

Интегралы, зависящие от параметра.

1. Понятие собственного интеграла, зависящего от параметра. Непрерывность интеграла.
2. Дифференцирование интеграла. Интегрирование интеграла, зависящего от параметра.
3. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Предельный переход под знаком интеграла.
4. Непрерывность несобственного интеграла, зависящего от параметра. Дифференцирование и интегрирование несобственного интеграла по параметру.
5. Бета-функция и гамма-функция. Примеры. Связь между функциями В и Г.
6. Контрольная работа.

Зачетное занятие

Экзамен.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

6) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор профессии математика-исследователя и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости

для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать математику как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированное исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения в **10 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам рабочей программы учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»:

Числа и вычисления:

свободно оперировать понятиями: рациональное число, бесконечная периодическая дробь, проценты, иррациональное число, множества рациональных и действительных чисел, модуль действительного числа;

применять дроби и проценты для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни;

применять приближённые вычисления, правила округления, прикидку и оценку результата вычислений;

свободно оперировать понятием: степень с целым показателем, использовать подходящую форму записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных;

свободно оперировать понятием: арифметический корень натуральной степени;

свободно оперировать понятием: степень с рациональным показателем;

свободно оперировать понятиями: логарифм числа, десятичные и натуральные логарифмы;

свободно оперировать понятиями: синус, косинус, тангенс, котангенс числового аргумента;

оперировать понятиями: арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента.

Уравнения и неравенства:

свободно оперировать понятиями: тождество, уравнение, неравенство, равносильные уравнения и уравнения-следствия, равносильные неравенства;

применять различные методы решения рациональных и дробно-рациональных уравнений, применять метод интервалов для решения неравенств;

свободно оперировать понятиями: многочлен от одной переменной, многочлен с целыми коэффициентами, корни многочлена, применять деление многочлена на многочлен с остатком, теорему Безу и теорему Виета для решения задач;

свободно оперировать понятиями: система линейных уравнений, матрица, определитель матрицы 2×2 и его геометрический смысл, использовать свойства определителя 2×2 для вычисления его значения, применять определители для решения системы линейных уравнений, моделировать реальные ситуации с помощью системы

линейных уравнений, исследовать построенные модели с помощью матриц и определителей, интерпретировать полученный результат;

использовать свойства действий с корнями для преобразования выражений;

выполнять преобразования числовых выражений, содержащих степени с рациональным показателем;

использовать свойства логарифмов для преобразования логарифмических выражений;

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические уравнения, находить их решения с помощью равносильных переходов или осуществляя проверку корней;

применять основные тригонометрические формулы для преобразования тригонометрических выражений;

свободно оперировать понятием: тригонометрическое уравнение, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических уравнений;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры.

Функции и графики:

свободно оперировать понятиями: функция, способы задания функции, взаимно обратные функции, композиция функций, график функции, выполнять элементарные преобразования графиков функций;

свободно оперировать понятиями: область определения и множество значений функции, нули функции, промежутки знакопостоянства;

свободно оперировать понятиями: чётные и нечётные функции, периодические функции, промежутки монотонности функции, максимумы и минимумы функции, наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке;

свободно оперировать понятиями: степенная функция с натуральным и целым показателем, график степенной функции с натуральным и целым показателем, график корня n -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем;

оперировать понятиями: линейная, квадратичная и дробно-линейная функции, выполнять элементарное исследование и построение их графиков;

свободно оперировать понятиями: показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики, использовать их графики для решения уравнений;

свободно оперировать понятиями: тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента;

использовать графики функций для исследования процессов и зависимостей при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни, выражать формулами зависимости между величинами;

Начала математического анализа:

свободно оперировать понятиями: арифметическая и геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, линейный и экспоненциальный рост, формула сложных процентов, иметь представление о константе;

использовать прогрессии для решения реальных задач прикладного характера;

свободно оперировать понятиями: последовательность, способы задания последовательностей, монотонные и ограниченные последовательности, понимать основы зарождения математического анализа как анализа бесконечно малых;

свободно оперировать понятиями: непрерывные функции, точки разрыва графика функции, асимптоты графика функции;

свободно оперировать понятием: функция, непрерывная на отрезке, применять свойства непрерывных функций для решения задач;

свободно оперировать понятиями: первая и вторая производные функции, касательная к графику функции;

вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции двух функций, знать производные элементарных функций;

использовать геометрический и физический смысл производной для решения задач.

Множества и логика:

свободно оперировать понятиями: множество, операции над множествами;

использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов;

свободно оперировать понятиями: определение, теорема, уравнение-следствие, свойство математического объекта, доказательство, равносильные уравнения и неравенства.

К концу обучения в **11 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам рабочей программы учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»:

Числа и вычисления:

свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел, использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида;

свободно оперировать понятием остатка по модулю, записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления;

свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел, представлять комплексные числа в алгебраической и тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

Уравнения и неравенства:

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравенства, находить их решения с помощью равносильных переходов;

осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения;

свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств;

свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств, равносильные системы и системы-следствия, находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;

решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры;

применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Функции и графики:

строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций;
строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости;
свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций;
применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

Начала математического анализа:

использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы;
находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке;
использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком;
свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл, находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона-Лейбница;
находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла;
иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений;
решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

Название раздела	Количество часов			Формы проведения занятий	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
	Всего	Контрольные работы	Практические работы		
Вещественные числа и многочлены от вещественной переменной.	22	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 10 класс» ООО «ЯКласс»
Рациональные уравнения, неравенства. Решение систем рациональных уравнений.	10	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 10 класс» ООО «ЯКласс»
Последовательности	32	2		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 10 класс» ООО «ЯКласс»
Степенная, показательная и логарифмическая функции.	22	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 10 класс» ООО «ЯКласс»
Тригонометрические уравнения и неравенства	20	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 10 класс» ООО «ЯКласс»
Предел функции	18	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 10 класс» ООО «ЯКласс»

Повторение и систематизация пройденного материала	12	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 10 класс» ООО «ЯКласс»
Общее топологическое определение предела функции в точке	11	11		Семинар	
Непрерывные функции на разных языках	23	22	1	Семинар	
Методы элементарного исследования функций и построение графиков функций	6	6		Семинар	
Непрерывные функции на языке компактности	20	17	3	Семинар	
Первоначальные сведения о бесконечных рядах и произведениях	19	15	14	Семинар	
Построение дифференциального	45	33	12	Семинар	

исчисления по Фрише					
Степенные ряды	2	2		Семинар	
Комплексные числа и взаимосвязь элементарных функций	2	2		Семинар	
Зачётное занятие	2		2	Семинар	
	6	4	2		
Итого					
Общее количество часов по программе:	272				

11 КЛАСС

Название раздела	Количество часов			Формы проведения занятий	Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
	Всего	Контрольные работы	Практические работы		
Производная. Исследование функции при помощи производной. Применение производной при решении задач	32	3		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 11 класс» ООО «ЯКласс»

Первообразная и интеграл.	32	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 11 класс» ООО «ЯКласс»
Комплексные числа	8	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 11 класс» ООО «ЯКласс»
Методы решений уравнений и неравенств	28	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 11 класс» ООО «ЯКласс»
Параметрические задачи	16	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 11 класс» ООО «ЯКласс»
Повторение и систематизация пройденного материала	20	1		Лекции, дискуссии, практика	ЭОР «Алгебра 11 класс» ООО «ЯКласс»
Неопределенный интеграл	16	14	2	Семинар	
Интеграл Римана	10	8	2	Семинар	
Некоторые физические задачи и применение к ним интегрального исчисления	24	12	2	Семинар	
Несобственные интегралы	10	8	2	Семинар	
Основные структуры	24	22	2	Семинар	

математического анализа					
Кратные интегралы	18	16	2	Семинар	
Аналитические функции комплексного переменного	18	10	2	Семинар	
Функциональные ряды и семейства функций	20	8	2	Семинар	
Интегралы, зависящие от параметра	24	8	6	Семинар	
Общее количество часов по программе:	308				

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

1	Стартовая диагностика
2	Повторение: многочлены. Основные определения.
3	Кольцо многочленов над полем вещественных чисел.
4	Метод неопределенных коэффициентов.
5	Метод неопределенных коэффициентов.
6	Делимость многочленов. Теорема о делении многочленов с остатком.
7	Делимость многочленов. Теорема о делении многочленов с остатком.

8	Алгоритм Евклида для многочленов.
9	Теорема Безу и ее следствия.
10	Теорема Безу и ее следствия.
11	Оценка числа корней многочлена. Кратные корни.
12	Кратные корни. Усиление теоремы об оценке.
13	Повторение: равносильные преобразования.
14	Повторение: равносильные преобразования.
15	Однородные и возвратные уравнения.
16	Однородные и возвратные уравнения.
17	Схема Горнера.
18	Решение уравнений степени выше 2 при помощи свойств делимости многочленов.
19	Теорема о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.
20	Теорема о рациональных корнях многочленов с целыми коэффициентами.
21	Интерполяция.
22	Контрольная работа по теме "Многочлены"
23	Теорема Виета. Симметрические многочлены.
24	Теорема Виета. Симметрические многочлены.
25	Дробно-рациональные уравнения.
26	Дробно-рациональные уравнения.
27	Моделирование задач при помощи дробно-рациональных уравнений.
28	Моделирование задач при помощи дробно-рациональных уравнений.
29	Уравнения, содержащие параметр.
30	Уравнения, содержащие параметр.
31	Уравнения, содержащие параметр.
32	Контрольная работа по теме "Рациональные уравнения"
33	Повторение: числовые последовательности. Основные определения.

34	Ограниченные последовательности. Монотонные последовательности.
35	Свойства последовательностей. Прогрессии.
36	Свойства последовательностей. Прогрессии.
37	Понятие предела последовательности. Эквивалентные определения.
38	Понятие предела последовательности. Эквивалентные определения.
39	Единственность предела. Фinitная ограниченность сходящейся последовательности.
40	Способы отыскания пределов последовательностей.
41	Бесконечно малые последовательности. Теорема о представлении.
42	Арифметические действия с пределами.
43	Арифметические действия с пределами.
44	Контрольная работа по теме "Арифметические действия с пределами"
45	Доказательства с пределами.
46	Доказательства с пределами.
47	Предельный переход в неравенствах.
48	Теорема о двух милиционерах.
49	Нахождение пределов при помощи теоремы о двух милиционерах
50	Нахождение пределов при помощи теоремы о двух милиционерах
51	Супремум и инфимум. Теорема о супремуме. Предельная теорема о супремуме.
52	Теорема Вейерштрасса.
53	Число ϵ . Комбинированные способы нахождения пределов
54	Число ϵ . Комбинированные способы нахождения пределов
55	Решение задач на нахождение предела
56	Решение задач на нахождение предела
57	Подготовка к полугодовой контрольной работе.
58	Полугодовая контрольная работа.
59	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.

60	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
61	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
62	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
63	Повторение: функции. Основные определения.
64	Композиции функций.
65	Обратные функции. Теорема об обратной функции.
66	Решение задач на поиск обратной функции.
67	Показательная функция. Свойства.
68	Показательные уравнения, неравенства и их системы
69	Показательные уравнения, неравенства и их системы
70	Показательные уравнения, неравенства и их системы
71	Понятие логарифма. Логарифмическая функция. Свойства как функции.
72	Свойства логарифма.
73	Решение задач на вычисление логарифмов.
74	Решение задач на вычисление логарифмов.
75	Логарифмические уравнения
76	Логарифмические уравнения
77	Логарифмические неравенства
78	Логарифмические неравенства
79	Логарифмические неравенства с переменным основанием
80	Логарифмические неравенства с переменным основанием
81	Решение уравнений и неравенств комбинированного типа
82	Решение уравнений и неравенств комбинированного типа
83	Решение уравнений и неравенств комбинированного типа
84	Контрольная работа по теме "Показательная и логарифмическая функции"
85	Повторение: тригонометрические функции.

86		Повторение: тригонометрические функции.
87		Формулы приведения. Формулы суммы и разности.
88		Формулы приведения. Формулы суммы и разности.
89		Формулы двойного угла и их следствия.
90		Формулы двойного угла и их следствия.
91		Основное тригонометрическое преобразование. Сумма и разность синусов и косинусов. Следствия.
92		Основное тригонометрическое преобразование. Сумма и разность синусов и косинусов. Следствия.
93		Обратные тригонометрические функции. Свойства.
94		Обратные тригонометрические функции. Свойства.
95		Элементарные тригонометрические уравнения.
96		Элементарные тригонометрические уравнения.
97		Тригонометрические уравнения, сводящиеся к рациональным.
98		Тригонометрические уравнения, сводящиеся к рациональным.
99		Однородные тригонометрические уравнения.
100		Однородные тригонометрические уравнения.
101		Гармонические колебания.
102		Гармонические колебания.
103		Гармонические колебания.
104		Контрольная работа по теме "Тригонометрические функции"
105		Предел функции. Основные определения.
106		Свойства предела функции.
107		Теоремы о представлении и о арифметических действиях с пределами.
108		Теоремы о представлении и о арифметических действиях с пределами.
109		Замена переменных в пределах.

110		Замена переменных в пределах.
111		Первый замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые в точке.
112		Первый замечательный предел. Эквивалентные бесконечно малые в точке.
113		Второй замечательный предел. Следствия.
114		Второй замечательный предел. Следствия.
115		Непрерывные функции и их свойства.
116		Непрерывные функции и их свойства.
117		Теорема Больцано-Коши. Применение.
118		Теорема Больцано-Коши. Применение.
119		Теоремы Вейрештрасса. Применение.
120		Теоремы Вейрештрасса. Применение.
121		Асимптоты. Методы нахождения.
122		Контрольная работа по теме "Предел функции"
123		Подготовка к годовой контрольной работе.
124		Подготовка к годовой контрольной работе.
125		Подготовка к годовой контрольной работе.
126		Годовая контрольная работа
127		Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
128		Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
129		Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
130		Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
131		Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
132		Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
133		Резервный урок
134		Резервный урок
135		Резервный урок

136		Резервный урок
137		Топологическое определение предела функции в точке и его различные варианты.
138		Понятие базы. Предел по базе.
139		Предел по базе. Существование и единственность предела.
140		Существование и единственность предела.
141		Формально-логическое определение предела и его различные варианты
142		Бесконечно большие и бесконечно малые функции и их свойства.
143		Теорема о представлении.
144		Арифметические действия с конечными пределами.
145		Предельный переход в неравенстве. Теорема "о двух милиционерах".
146		Первый, второй, третий и четвертый замечательные пределы.
147		О-символика. Шкала бесконечно малых.
148		Зачетное занятие
149		Зачетное занятие
150		Зачетное занятие
151		Зачетное занятие
152		Сходимость функции вдоль последовательности.
153		Определение предела функции по Гейне.
154		Теорема о промежуточном значении (геометрическая формулировка).
155		Непрерывность по Коши, по Гейне и на языке геометрии близости и их эквивалентность.
156		Непрерывность по Коши, по Гейне и на языке геометрии близости и их эквивалентность.
157		Локальные свойства непрерывных функций.
158		Непрерывность класса элементарных функций.

159		Правый и левый предел и их свойства
160		. Определение непрерывности на языке односторонних пределов.
161		Приращение и непрерывность.
162		Точки разрыва и их классификация.
163		Исследование функций на непрерывность и исследование точек разрыва.
164		Исследование функций на непрерывность и исследование точек разрыва.
165		Образ и прообраз множества при непрерывном отображении.
166		Образ и прообраз множества при непрерывном отображении.
167		Теоремы Вейерштрасса и Коши.
168		Теорема о промежуточном значении и ее различные приложения.
169		Связь монотонности и инъективности для непрерывных функций.
170		Связь монотонности и инъективности для непрерывных функций. Непрерывность обратной функции.
171		Равномерная непрерывность.
172		Теорема Кантора. Модуль непрерывности.
173		Модуль непрерывности.
174		Равномерная непрерывность на языке геометрии близости.
175		Доказательство непрерывности класса элементарных функций.
176		Осевая и центральная симметрия.
177		Параллельный перенос.
178		Равномерные осевые сжатия или растяжения.
179		Вращение. Инверсия относительно прямой.
180		Некоторые неэлементарные функции и их графики.
181		Графики простейших дробно-рациональных функций.
182		Асимптоты.
183		Принцип континуальной индукции.

184		Промежутки как связные множества прямой.
185		Связность непрерывной функции.
186		Второе доказательство теоремы о промежуточном значении.
187		Теорема о неподвижной точке.
188		Отображения окружности в прямую.
189		Задачи о блинах. Нули многочленов.
190		Непрерывные функции на отрезках.
191		Второе доказательство теоремы Вейерштрасса.
192		Исследование функционального уравнения $f(x+y)=f(x)+f(y)$.
193		Показательная функция и ее свойства.
194		Степень с произвольным вещественным показателем.
195		Логарифмическая функция и ее свойства.
196		Функциональное уравнение логарифмической функции.
197		Натуральные логарифмы.
198		Гиперболические функции и их обращение. Степенная функция и ее свойства.
199		Степенная функция и ее свойства.
200		Зачетное занятие
201		Зачетное занятие
202		
203		
204		Числовые ряды. Определения и примеры. Критерий Коши для рядов. Необходимое условие сходимости.
205		Необходимое условие сходимости. О расхождении гармонического ряда. Свойства сходящихся рядов. Апории Зенона.
206		Ряды с неотрицательными членами. Теорема Дирихле.

207		Умножение рядов с положительными членами. Теорема Абеля — Прингсхейма.
208		Признак сгущения Коши. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами. О числе e .
209		Признаки Коши и д'Аламбера. Другие признаки сходимости.
210		Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
211		Абсолютная сходимость. Обобщенные признаки сравнения, Коши и д'Аламбера.
212		Условно сходящиеся ряды. Признаки сходимости для условно сходящихся рядов.
213		Умножение рядов.
214		Бесконечные произведения. Необходимое условие сходимости и критерий Коши.
215		Бесконечные произведения и логарифмические ряды.
216		Абсолютно и условно сходящиеся произведения. Дзета-функция Римана. Бесконечные радикалы и степени.
217		Дзета-функция Римана. Бесконечные радикалы и степени.
218		Зачетное занятие
219		Зачетное занятие
220		Зачетное занятие
221		Зачетное занятие
222		Две основные задачи, приводящие к дифференциальному исчислению. Идеи Г. Лейбница. Задача линеаризации. Теорема о единственности касательной аффинной функции.
223		Основное равенство дифференциального исчисления. Касательная аффинная функция.

224		Определение производной. Дифференциал. Дифференцируемость функции в точке и на множестве.
225		Приращение функции в точке. Относительное приращение.
226		Прямое определение производной. Ее геометрическое и механическое истолкование.
227		Теория функций множества. Идеи И.Ньютона. Функции промежутка в физике и математике.
228		Аддитивные функции промежутка. Доопределение функции промежутка. Порождающая функция, ее существование, единственность и способ построения.
229		Физические величины типа плотности. Плотность аддитивной функции промежутка. Задача нахождения плотности аддитивной функции промежутка.
230		Плотность и производная. О современной теории потенциала.
231		Непрерывность дифференцируемой функции. Техника дифференциального исчисления.
232		Производная композиции и обратной функции.
233		Производные основных элементарных функций. Производные обратных тригонометрических функций.
234		Класс дифференцируемых функций. Алгоритм дифференцирования в классе элементарных функций.
235		Дифференцирование в классе рациональных функций.
236		Поиск производных различных функций.
237		Производная функций x^x .
238		Производные высших порядков.
239		Механическое истолкование второй производной.

240		Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
241		Формула Тейлора. Формула Тейлора для основных элементарных функций. Техника вычисления пределов.
242		Односторонние производные. Теорема Дарбу.
243		Правило Лопиталя. Техника вычисления пределов.
244		Монотонность дифференцируемой функции. Стационарные точки. Экстремумы. Необходимое условие существования экстремума у дифференцируемой функции.
245		Метод "неопытного альпиниста". Достаточные условия экстремума. Необходимое и достаточное условие существования экстремума в изолированной стационарной точке. Стационарные точки многочленов.
246		Доказательство неравенств при помощи производной. Принцип "двух пешеходов".
247		Неравенство Юнга. Неравенство Гельдера и Минковского.
248		Условия выпуклости функции. Точки перегиба.
249		Наименьшее и наибольшее значение функции на отрезке.
250		Наименьшее и наибольшее значение функции на незамкнутых промежутках.
251		Классические задачи на нахождения наибольших и наименьших значений функций.
252		Задачи Герона, Штейнера, Ферма, Тарталья, Кеплера, Аполлония и др., задача о брахистохроне.
253		Задача о брахистохроне.
254		Исследование функции и построение графика.
255		Использование дифференциального исчисления в задачах естествознания.
256		Кольцо формальных степенных рядов. Сходимость. Радиус сходимости.

257		Степенные ряды для основных элементарных функций.
258		Зачетное занятие
259		Зачетное занятие
260		Сходимость в $\mathbb{C}$ и ряды с комплексными членами. Формула Эйлера и взаимосвязь элементарных функций.
261		Аналитичность функции и сходимость ее ряда Тейлора. Алгебраическая замкнутость поля $\mathbb{C}$.
262		Представление решений исследовательских задач.
263		Зачетное занятие
264		Зачетное занятие
265		Резервное занятие
266		Резервное занятие
267		Резервное занятие
268		Резервное занятие
269		Резервное занятие
270		Резервное занятие
271		Резервное занятие
272		Резервное занятие

11 КЛАСС

№ урока	Планируемая дата	Тема урока
------------	---------------------	------------

	проведения урока	
1		Стартовая диагностика
2		Дифференцируемые функции. Понятие производной.
3		Уравнение касательной.
4		Уравнение касательной.
5		Вывод формул производных. Арифметические действия с производными.
6		Вывод формул производных. Арифметические действия с производными.
7		Дифференцирование композиции.
8		Дифференцирование композиции.
9		Производная обратной функции.
10		Производная обратной функции.
11		Контрольная работа по теме "Производная"
12		Экстремумы. Критические и стационарные точки. Лемма Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа.
13		Критерии постоянства и монотонности дифференцируемых функций.
14		Критерии постоянства и монотонности дифференцируемых функций.
15		Необходимые и достаточные условия на существование экстремума.
16		Необходимые и достаточные условия на существование экстремума.
17		Выпуклость функции. Вторая производная.
18		Выпуклость функции. Вторая производная.
19		Повторение: асимптоты.
20		Полное исследование графика функции..

21	Полное исследование графика функции.
22	Контрольная работа по теме "Дифференцируемые функции"
23	Применение производной при решении уравнений и неравенств.
24	Применение производной при решении уравнений и неравенств.
25	Применение производной при решении уравнений и неравенств.
26	Применение производной при решении уравнений и неравенств.
27	Применение производной при исследовании многочленов.
28	Применение производной при исследовании многочленов.
29	Экстремальные задачи.
30	Экстремальные задачи.
31	Экстремальные задачи.
32	Контрольная работа по теме "Применение производной"
33	Первообразная. Свойства. Основные формулы.
34	Первообразная. Свойства. Основные формулы.
35	Первообразные элементарных функций.
36	Первообразные элементарных функций.
37	Методы отыскания первообразных.
38	Методы отыскания первообразных.
39	Первообразная рациональной функции.
40	Первообразная рациональной функции.
41	Стандартные замены при отыскании первообразной.
42	Стандартные замены при отыскании первообразной.
43	Разбиение отрезка. Интегральные суммы. Интегрируемость по Риману.
44	Разбиение отрезка. Интегральные суммы. Интегрируемость по Риману.
45	Класс функций, интегрируемых по Риману.

46	Класс функций, интегрируемых по Риману.
47	Площадь криволинейной трапеции. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
48	Площадь криволинейной трапеции.
49	Методы нахождения определенного интеграла.
50	Методы нахождения определенного интеграла.
51	Методы нахождения определенного интеграла.
52	Методы нахождения определенного интеграла.
53	Длина кривой.
54	Длина кривой.
55	Основные идеи, стоящие за дифференциальными уравнениями.
56	Простейшие дифференциальные уравнения.
57	Простейшие дифференциальные уравнения.
58	Простейшие дифференциальные уравнения.
59	Подготовка к полугодовой контрольной работе.
60	Полугодовая контрольная работа.
61	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
62	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
63	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
64	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
65	Поле комплексных чисел.
66	Поле комплексных чисел.
67	Основные определения. Модуль и аргумент. Формула Муавра. Формула Эйлера.
68	Основные определения. Модуль и аргумент. Формула Муавра. Формула Эйлера.

69	Корень из комплексного числа.
70	Корень из комплексного числа.
71	Корень из комплексного числа.
72	Контрольная работа по теме "Комплексные числа"
73	Повторение: равносильность уравнений и неравенств
74	Повторение: равносильность уравнений и неравенств
75	Повторение: замена переменных
76	Повторение: замена переменных
77	Повторение: метод интервалов для непрерывных функций
78	Повторение: метод интервалов для непрерывных функций
79	Решение различных неравенств в формате ЕГЭ
80	Решение различных неравенств в формате ЕГЭ
81	Решение различных неравенств в формате ЕГЭ
82	Решение различных неравенств в формате ЕГЭ
83	Решение различных неравенств в формате ЕГЭ
84	Решение различных неравенств в формате ЕГЭ
85	Решение различных неравенств в формате ЕГЭ
86	Решение различных неравенств в формате ЕГЭ
87	Повторение: элементарные тригонометрические уравнения
88	Повторение: элементарные тригонометрические уравнения
89	Повторение: виды тригонометрических уравнений
90	Повторение: виды тригонометрических уравнений
91	Решение различных тригонометрических уравнений в формате ЕГЭ
92	Решение различных тригонометрических уравнений в формате ЕГЭ
93	Решение различных тригонометрических уравнений в формате ЕГЭ

94	Контрольная работа по теме "Уравнения и неравенства"
95	Повторение: НОК, НОД, делимость
96	Повторение: НОК, НОД, делимость
97	Решение различных задач, связанных с делимостью
98	Решение различных задач, связанных с делимостью
99	Решение различных задач, связанных с делимостью
100	Контрольная работа по теме "Решение уравнений, неравенств и их систем"
101	Параметрические задачи: рациональны уравнения.
102	Параметрические задачи: рациональны уравнения.
103	Графический метод решения параметрических задач.
104	Графический метод решения параметрических задач.
105	Графический метод решения параметрических задач.
106	Графический метод решения параметрических задач.
107	Графический метод решения параметрических задач.
108	Графический метод решения параметрических задач.
109	Решение параметрических задач при помощи свойств квадратичной функции
110	Решение параметрических задач при помощи свойств квадратичной функции
111	Решение параметрических задач при помощи свойств квадратичной функции
112	Решение параметрических задач при помощи свойств квадратичной функции
113	Решение параметрических задач при помощи производной
114	Решение параметрических задач при помощи производной

115	Решение параметрических задач при помощи производной
116	Контрольная работа по теме "Параметрические задачи"
117	Повторение пройденного материала.
118	Повторение пройденного материала.
119	Повторение пройденного материала.
120	Повторение пройденного материала.
121	Повторение пройденного материала.
122	Повторение пройденного материала.
123	Повторение пройденного материала.
124	Повторение пройденного материала.
125	Повторение пройденного материала.
126	Повторение пройденного материала.
127	Подготовка к годовой контрольной работе.
128	Подготовка к годовой контрольной работе.
129	Подготовка к годовой контрольной работе.
130	Годовая контрольная работа
131	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
132	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
133	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
134	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
135	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
136	Итоговый урок. Разбор задач и результатов.
137	Первообразная и неопределенный интеграл.
138	Первообразная и неопределенный интеграл.
139	Определение. Свойства.

140	Общие приемы отыскания первообразной.
141	Таблица неопределенных интегралов.
142	Техника неопределенного интегрирования.
143	Линейность неопределенного интеграла.
144	Замена переменной
145	Интегрирование по частям. Таблица дифференциалов.
146	Таблица дифференциалов
147	Об инвариантности записи дифференциала.
148	Первообразные рациональных функций. Метод Остроградского.
149	Метод Остроградского.
150	Первообразные вида $\int R(\cos x, \sin x)dx$ и $\int R(x, y(x))dx$.
151	Подстановки Эйлера. Частные приемы интегрирования.
152	Частные приемы интегрирования.
153	Эллиптические интегралы.
154	Зачетное занятие.
155	Зачетное занятие.
156	Задача и наводящие соображения для построения интеграла.
157	Разбиения отрезка и база в множестве разбиений.
158	Интегральные суммы. Определение интеграла Римана.
159	Определение интеграла Римана.
160	Критерий Коши. Необходимое условие интегрируемости. Векторное пространство $R([a,b])$. Критерий Лебега.
161	Достаточное условие интегрируемости и важнейшие классы интегрируемых по Риману функций.

162		Критерий Лебега.
163		Достаточное условие интегрируемости и важнейшие классы интегрируемых по Риману функций.
164		Векторное пространство $R([a,b])$. Критерий Лебега.
165		Критерий Лебега.
166		Линейность, аддитивность и монотонность интеграла. \
167		Оценка интеграла и две теоремы о среднем.
168		Решение задач: Оценка интеграла и две теоремы о среднем.
169		Интеграл и первообразная. Формула Ньютона -- Лейбница.
170		Интегрирование по частям и формула Тейлора. Замена переменной. Техника вычисления интегралов.
171		Техника вычисления интегралов.
172		Зачетное занятие.
173		Зачетное занятие.
174		Интеграл и площадь. Квадрируемые фигуры.
175		Необходимое условие квадрируемости. Критерий квадрируемости.
176		Фигуры площади 0..
177		Необходимое и достаточное условие квадрируемости фигуры.
178		Вычисление площадей простейших квадрируемых фигур.
179		Метод Архимеда для вычислений площадей параболических сегментов, формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона для приближенного вычисления площадей криволинейных трапеций.

180	Тожество Валлиса.
181	Формула Стирлинга.
182	Тожество Эрмита и иррациональность числа π .
183	Эскиз построения теории объемов. Объем тела вращения. Вычисление объемов некоторых кубируемых тел и тел вращения.
184	Вычисление объемов некоторых кубируемых тел и тел вращения.
185	Вывод формул для вычисления объемов простейших геометрических тел.
186	Физические приложения интеграла.
187	Зачетное занятие.
188	Определение, примеры и основные свойства несобственных интегралов.
189	Сходимость интеграла. Критерий Коши.
190	Абсолютная сходимость несобственного интеграла.
191	Условия сходимости.
192	Признак Абеля - Дирихле.
193	Несобственные интегралы и ряды.
194	Интегральный признак сходимости числового ряда.
195	Несобственные интегралы с несколькими особенностями.
196	Интеграл Эйлера - Пуассона.
197	Контрольная работа.
198	Контрольная работа.
199	Линейные пространства.
200	Метрические пространства.

201	Линейные нормированные пространства.
202	Решение задач
203	Аппроксимация в пространстве непрерывных функций, определенных на компакте.
204	Скалярное произведение в векторном пространстве.
205	Предгильбертовы пространства.
206	Геометрия предгильбертовых пространств.
207	Предгильбертовы пространства над полем комплексных чисел.
208	Линейные и полилинейные операторы. Норма оператора.
209	Пространство непрерывных операторов.
210	Нормированные алгебры.
211	Спектральные свойства линейных операторов.
212	Отображение, дифференцируемое в точке.
213	Законы дифференцирования. Примеры.
214	Дифференциал отображения.
215	Частные производные отображения.
216	Теорема о конечном приращении. Ее применение.
217	Определение n -го дифференциала.
218	Производная по вектору и вычисление n -го дифференциала.
219	Симметричность дифференциалов высшего порядка.
220	Формула Тейлора для отображений.
221	Внутренние экстремумы. Примеры.
222	Теорема о неявной функции.
223	Зачетное занятие.
224	Зачетное занятие.
225	Интеграл Римана на n -мерном промежутке.

226	Критерий Лебега интегрируемости по Риману. Критерий Дарбу.
227	Критерий Дарбу.
228	Допустимые множества. Интеграл по множеству.
229	Интеграл по множеству.
230	Мера допустимого множества.
231	Интеграл как линейный функционал.
232	Аддитивность интеграла. Оценки интеграла.
233	Оценки интеграла.
233	Теорема Фубини.
234	Следствия.
235	Замена переменных в кратном интеграле (эвристический вывод формулы).
236	Измеримые множества и гладкие отображения.
237	Одномерный случай. Случай простейшего диффеоморфизма в $\mathbb{R}^n$.
238	Случай простейшего диффеоморфизма в $\mathbb{R}^n$.
239	Композиция отображений и формула замены переменных.
240	Аддитивность интеграла.
241	Доказательство формулы замены переменных в кратном интеграле.
242	Несобственные кратные интегралы.
243	Вычисление интегралов
244	Вычисление интегралов
245	Вычисление интегралов
246	Мажорантный признак сходимости.
247	Замена переменных.
248	Линейные операторы в одномерном векторном пространстве.

249	Линейные операторы в одномерном векторном пространстве.
250	Неравенство Коши и теорема Лиувилля.
251	Основная теорема алгебры. Теоремы единственности.
252	Критерий равномерной сходимости.
253	R-линейность и C-линейность.
254	Отображения плоскости в плоскость как комплексные функции.
255	R-дифференцируемость и C-дифференцируемость.
256	Условия Коши - Римана.
257	Комплексная производная.
258	Аналитические функции. Примеры
259	Решение задач
260	Решение задач. Примеры
261	Теорема Коши.
262	Интегральная формула Коши.
263	Разложение аналитической функции в ряд.
264	Неравенство Коши и теорема Лиувилля.
265	Основная теорема алгебры.
266	Теоремы единственности.
267	Критерий равномерной сходимости.
268	Поточечная и равномерная сходимость семейства функций.
269	
270	Равномерная сходимость рядов функций.
271	Критерий равномерной сходимости.
272	Критерий равномерной сходимости.
273	Признак Абеля - Дирихле.

274	Функциональные свойства предельной функции.
275	Условия коммутирования двух предельных переходов.
276	Непрерывность и предельный переход.
277	Интегрирование и предельный переход.
278	Дифференцирование и предельный переход.
279	Понятие собственного интеграла, зависящего от параметра.
280	Вычисление интегралов
281	Вычисление интегралов
282	Непрерывность интеграла.
283	Дифференцирование интеграла.
284	Интегрирование интеграла, зависящего от параметра.
285	Несобственные интегралы, зависящие от параметра
286	Равномерная сходимость.
287	Предельный переход под знаком интеграла.
288	Непрерывность несобственного интеграла, зависящего от параметра.
289	Вычисление интегралов
290	Вычисление интегралов
291	Дифференцирование и интегрирование несобственного интеграла по параметру.
292	Дифференцирование и интегрирование несобственного интеграла по параметру.
293	Бета-функция и гамма-функция.
294	Примеры.
295	Связь между функциями В и Г.
296	Представление решений исследовательских задач. Зачетные занятия
297	Представление решений исследовательских задач. Зачетные занятия

298		Представление решений исследовательских задач. Зачетные занятия
299		Представление решений исследовательских задач. Зачетные занятия
300		Представление решений исследовательских задач. Зачетные занятия
301		Представление решений исследовательских задач. Зачетные занятия
302		Представление решений исследовательских задач. Зачетные занятия
303		Представление решений исследовательских задач. Зачетные занятия
304		Представление решений исследовательских задач. Зачетные занятия
305		Представление решений исследовательских задач. Зачетные занятия
306		Экзамен
307		Экзамен
308		Экзамен

ПРОВЕРЯЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ СОДЕРЖАНИЯ

10 КЛАСС

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления

1.1	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни
1.2	Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений
1.3	Степень с целым показателем. Стандартная форма записи действительного числа. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных
1.4	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени
1.5	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента
2	Уравнения и неравенства
2.1	Тождества и тождественные преобразования
2.2	Преобразование тригонометрических выражений. Основные тригонометрические формулы
2.3	Уравнение, корень уравнения. Неравенство, решение неравенства. Метод интервалов
2.4	Решение целых и дробно-рациональных уравнений и неравенств
2.5	Решение иррациональных уравнений и неравенств
2.6	Решение тригонометрических уравнений
2.7	Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
3	Функции и графики
3.1	Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции

3.2	Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции
3.3	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n -ой степени
3.4	Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента
4	Начала математического анализа
4.1	Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности
4.2	Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера
5	Множества и логика
5.1	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов
5.2	Определение, теорема, следствие, доказательство

11 КЛАСС

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел
1.2	Степень с рациональным показателем. Свойства степени

1.3	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы
2	Уравнения и неравенства
2.1	Преобразование выражений, содержащих логарифмы
2.2	Преобразование выражений, содержащих степени с рациональным показателем
2.3	Примеры тригонометрических неравенств
2.4	Показательные уравнения и неравенства
2.5	Логарифмические уравнения и неравенства
2.6	Системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений
2.7	Системы и совокупности рациональных уравнений и неравенств
2.8	Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
3	Функции и графики
3.1	Функция. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
3.2	Тригонометрические функции, их свойства и графики
3.3	Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики
3.4	Использование графиков функций для решения уравнений и линейных систем
3.5	Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни
4	Начала математического анализа
4.1	Непрерывные функции. Метод интервалов для решения неравенств
4.2	Производная функции. Геометрический и физический смысл производной

4.3	Производные элементарных функций. Формулы нахождения производной суммы, произведения и частного функций
4.4	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
4.5	Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости процесса, заданного формулой или графиком
4.6	Первообразная. Таблица первообразных
4.7	Интеграл, его геометрический и физический смысл. Вычисление интеграла по формуле Ньютона – Лейбница

**ПРОВЕРЯЕМЫЕ НА ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ ТРЕБОВАНИЯ К
РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ
ПРОГРАММЫ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Код проверяемого требования	Проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования
1	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать и оперировать понятиями: определение, аксиома, теорема, следствие, свойство, признак, доказательство, равносильные формулировки; применять их; умение формулировать обратное и противоположное утверждение, приводить примеры и контрпримеры, использовать метод математической индукции; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; умение использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том числе из других учебных предметов; умение оперировать понятиями: граф, связный граф, дерево, цикл, граф на плоскости; умение задавать и описывать графы различными способами; использовать графы при решении задач
2	Умение оперировать понятиями: натуральное число, целое число, степень с целым показателем, корень натуральной степени, степень с рациональным показателем, степень с действительным показателем, логарифм числа, синус, косинус и тангенс произвольного

	числа, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; умение оперировать понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, бесконечно убывающая геометрическая прогрессия; умение задавать последовательности, в том числе с помощью рекуррентных формул; умение оперировать понятиями: комплексное число, сопряжённые комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел; оперировать понятиями: матрица 2×2 и 3×3, определитель матрицы, геометрический смысл определителя
3	Умение оперировать понятиями: рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения и неравенства, их системы; умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение

	решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
4	Умение оперировать понятиями: функция, чётность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, непрерывная функция, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определённый интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах; находить площади и объёмы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений
5	Умение оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная

	функция, квадратичная функция, рациональная функция, степенная функция, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков функций, использовать графики для изучения процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем
6	Умение решать текстовые задачи разных типов (в том числе на проценты, доли и части, на движение, работу, стоимость товаров и услуг, налоги, задачи из области управления личными и семейными финансами); составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов; умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат
7	Умение оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на

	диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии
8	Умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Бернулли, комбинаторные факты и формулы; оценивать вероятности реальных событий; умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины, функции распределения и плотности равномерного, показательного и нормального распределений; умение использовать свойства изученных распределений для решения задач; знакомство с понятиями: закон больших чисел, методы выборочных исследований; умение приводить примеры проявления закона больших чисел в природных и общественных явлениях; умение оперировать понятиями: сочетание, перестановка, число сочетаний, число перестановок; бином Ньютона; умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат

9	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трёхгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи
10	Умение оперировать понятиями: площадь фигуры, объём фигуры, многогранник, правильный многогранник, сечение многогранника, куб, параллелепипед, призма, пирамида, фигура и поверхность вращения, цилиндр, конус, шар, сфера, площадь сферы, площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара, развёртка поверхности, сечения конуса и цилиндра, параллельные оси или основанию, сечение шара, плоскость, касающаяся сферы, цилиндра, конуса; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения, в том числе с помощью электронных средств; умение применять свойства геометрических фигур, самостоятельно формулировать определения изучаемых фигур, выдвигать гипотезы о свойствах и признаках геометрических фигур,

	обосновывать или опровергать их; умение проводить классификацию фигур по различным признакам, выполнять необходимые дополнительные построения
11	Умение оперировать понятиями: движение в пространстве, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; умение распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; использовать геометрические отношения при решении задач; находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объём) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объём, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы, в том числе: площадь поверхности пирамиды, призмы, конуса, цилиндра, площадь сферы; объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара; умение находить отношение объёмов подобных фигур
12	Умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, разложение вектора по базису, скалярное произведение, векторное произведение, угол между векторами; умение использовать векторный и координатный метод для решения геометрических задач и задач других учебных предметов
13	Умение выбирать подходящий метод для решения задачи; понимание значимости математики в изучении

	природных и общественных процессов и явлений; умение распознавать проявление законов математики в искусстве, умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки
--	---

ПЕРЕЧЕНЬ ЭЛЕМЕНТОВ СОДЕРЖАНИЯ, ПРОВЕРЯЕМЫХ НА ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Код	Проверяемый элемент содержания
1	Числа и вычисления
1.1	Натуральные и целые числа. Признаки делимости целых чисел
1.2	Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби
1.3	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями натуральной степени
1.4	Степень с целым показателем. Степень с рациональным показателем. Свойства степени
1.5	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус, арктангенс числового аргумента
1.6	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы
1.7	Действительные числа. Арифметические операции с действительными числами. Приближённые вычисления, правила округления, прикидка и оценка результата вычислений
1.8	Преобразование выражений
1.9	Комплексные числа
2	Уравнения и неравенства
2.1	Целые и дробно-рациональные уравнения
2.2	Иррациональные уравнения
2.3	Тригонометрические уравнения

2.4	Показательные и логарифмические уравнения
2.5	Целые и дробно-рациональные неравенства
2.6	Иррациональные неравенства
2.7	Показательные и логарифмические неравенства
2.8	Тригонометрические неравенства
2.9	Системы и совокупности уравнений и неравенств
2.10	Уравнения, неравенства и системы с параметрами
2.11	Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы
3	Функции и графики
3.1	Функция, способы задания функции. График функции. Взаимно обратные функции. Чётные и нечётные функции. Периодические функции
3.2	Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке
3.3	Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня n -ой степени
3.4	Тригонометрические функции, их свойства и графики
3.5	Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики

3.6	Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке
3.7	Последовательности, способы задания последовательностей
3.8	Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула сложных процентов
4	Начала математического анализа
4.1	Производная функции. Производные элементарных функций
4.2	Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке
4.3	Первообразная. Интеграл
5	Множества и логика
5.1	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна
5.2	Логика
6	Вероятность и статистика
6.1	Описательная статистика
6.2	Вероятность
6.3	Комбинаторика
7	Геометрия
7.1	Фигуры на плоскости

7.2	Прямые и плоскости в пространстве
7.3	Многогранники
7.4	Тела и поверхности вращения
7.5	Координаты и векторы

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

1.1.3.7.1.1.	Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа	Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. и другие	Акционерное общество «Издательство «Просвещение»
--------------	---	---	---

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ:

Литература для учащихся

Чистяков И.А. Введение в неравенства. Л., 1986.

Золотов Б.А., Тодоров Е.И. Штукенберг Д.Г., под редакцией И.А. Чистякова. Математика НОН-СТОП 2020. Решение задач олимпиады. – СПб.: Фонд «Время наук», 2020. – 80с.

Литература для учителя:

Харди Г., Пойа Г., Литлвид Дж. Неравенства. М., 1948.

Сивашинский И.Х. Неравенства. М., 1972.

Окстоби Дж. Мера и категория. М., 1970.

Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М., 1974

Халмош П. Теория меры. М., 1953.

Беллман, Р., Беккенбах Э. Введение в неравенства. М., 1965.

Беллман Р., Беккенбах Э. Неравенства. М., 1972.

Поля Г., Сеге Г. Теоремы и задачи из анализа, тт. 102. М., 1978.

Холл М. Теория групп. М., 1962.

Фейс К. Кольца и модули, тт. 1-2. М., 1977.

Маркушевич А.И. Теория аналитических функций, тт. 1-2. М., 1970.

Каргаполов, М., Мерзляков Ю.. Основы теории групп. М., 1982.

Александров П.С. Введение в теорию групп. М., 1976.

Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. М., 1979.

Сансоне Лж. Обыкновенные дифференциальные уравнения. тт. 1-2. М., 1954.

Хартман Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., 1970.

Уитни Х. Геометрическая теория интегрирования. М., 1960.

Макаров Б.М. и др. Сборник задач по вещественному анализу. М., 1986

